Ден 1

Задача 1. На права е отбелязана отсечка AB и още 45 точки извън тази отсечка. Възможно ли е сумата от разстоянията на всяка от тези 45 точки до A да бъде равна на сумата от разстоянията на всяка от тези 45 точки до B?

Задача 2. По окръжност са написани в някакъв ред четири единици и пет нули. На всеки ход записваме 1 между всеки две цифри, ако те са различни, и 0, ако са равни. След това изтриваме всички 9 цифри, получени на предния ход.

a) Възможно ли е, повтаряйки тази операция, да достигнем до конфигурация, в която всички цифри са равни?

b) А ако в началото имаме четири единици и шест нули?

Задача 3. В блок от 120 апартамента живеят n души. Един апартамент е *препълнен*, ако в него има поне 15 души. Всеки ден всички хора в един от препълнените апартаменти, ако има такива, излизат и се преместват в различни апартаменти. Може ли след 120 дни в блока все още да има препълнен апартамент, ако

a) $n = 119$?

b) $n = 120$?

Задача 4. Дадени са числата от 1 до 10. Могат ли да се разделят на три групи A, B, C такива, че сумата на елементите на A да е най-голяма, произведението на елементите на B да е най-голямо и сумата от цифрите на елементите на C да най-голяма?

Задача 5. Първоначално във всеки връх на куб е записано число. За един ход всяко число се заменя със средното аритметично на числата, които са записани в трите му съседни върха (замяната става едновременно). На десетия ход във всеки връх на куба се оказва отново числото, което е записано там в началото. Следва ли оттук, че всички числа са равни?

Задача 6. Докажете, че равностранен триъгълник може да се разреже на n равностранни триъгълника за всяко $n \geq 6$.