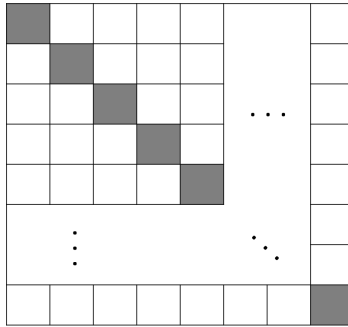


## Ден 2

**Задача 1.** В клетките на таблица  $2021$  на  $2021$  са записани числата от  $1$  до  $2021$ . Всяко число се среща точно веднъж във всеки ред. Знаем, че за всеки две числа  $i$  и  $j$  между  $1$  и  $2021$  е изпълнено следното: в клетката на ред  $i$  и стълб  $j$  стои число, равно на това в клетката на ред  $j$  и стълб  $i$ . Да се докаже, че числата по диагонала, обозначен на чертежа, са две по две различни.



**Задача 2.** Всяка кръчма в едно царство принадлежи на една от три благороднически фамилии. При борбата с монопола царят издал следния указ: всеки ден, ако някоя фамилия притежава повече от половината кръчми, и това число се дели на  $5$ , то на тази фамилия се затварят всички освен една пета от кръчмите. Може ли да се окаже, че след  $3$  дена всички фамилии са с по-малко кръчми, отколкото в началото.

**Задача 3.** Върху окръжност са отбелязани  $2020$  различни точки, които я разделят на  $2020$  дъги. Във всяка точка има заек. На всяка секунда зайците едновременно скачат по посока на часовниковата стрелка от края на своята дъга в нейната среда. Образуват се нови  $2020$  дъги и скачането продължава по същия начин. Възможно ли е поне един заек да се окаже в началната си позиция след  $2020$  скока?

**Задача 4.** Върху една окръжност са записани няколко естествени числа. Можем да извършваме следната операция: ако четири последователни числа  $a, b, c, d$  изпълняват  $(a - d)(b - c) > 0$ , то можем да разменим  $b$  и  $c$ . Да се докаже, че независимо как прилагаме операцията, ще стигнем до момент, в който няма как да направим повече ходове.

**Задача 5.** По средата на таблица  $2020 \times 1$  е сложен пул. Двама играят следната игра: първият го мести с една позиция в някоя посока, после вторият го мести с две позиции в някоя посока, после първият го мести с четири, вторият с осем, и т.н. Който не може да играе, губи. Кой печели при правилна игра?

**Задача 6.** В една държава има  $14$  летища. От всяко можем да достигнем до  $5$  други (като всяка авиолиния е двупосочна). Заради лошо време линията между летищата Олеле и Мале е закрыта. Можем ли да бъдем сигурни, че въпреки лошото време ще можем да стигнем от Олеле до Мале?