

## Ден 3

**Задача 1.** На дъската е записано числото 1. Двама играчи се редуват, като всеки на своя ход има право да увеличи числото, записано на дъската, с 1 или да го удвои. Печели този, който първи напише трицифрено число. Кой ще спечели при правилна игра?

**Задача 2.** Шахматна фигура се мести на 3 или 4 полета в хоризонтално или вертикално направление по дъска  $5 \times 5$ , като във всяко поле може да се постави най-много по един път. Колко най-много полета може да обходи фигурата? (Няма ограничение от кое поле да започне обхождането.)

**Задача 3.** Намерете всички естествени числа  $n \geq 3$ , за които съществува множество от  $n$  точки в равнината, такова че за всеки три точки  $A, B, C$  съществува четвърта точка  $D$ , за която  $A, B, C$  и  $D$  образуват успоредник.

**Задача 4.** В клетките на таблица  $6 \times 6$  са поставени хиксове и кръгове. Полетата по главния диагонал съдържат хикс, а всички останали - кръг. За един ход се избира ред или стълб и за всяка клетка сменяме написаното в нея (от хикс на кръг или от кръг на хикс). Да се докаже, че броят на хиксовете винаги е поне 6. Вярно ли е, че броят на кръговете също винаги е поне 6?

**Задача 5.** Охлюв пълзи по права линия шест минути. През това време, няколко души го наблюдават. Знае се, че всеки човек наблюдава охлюва точно една минута и в рамките на времето на всяко едно наблюдение охлювът изминава най-много един метър. Освен това, във всеки един момент охлювът е наблюдаван от поне един наблюдател. Колко е максималната дистанция, която охлювът би могъл да измине?

**Задача 6.** Даден е граф на  $n$  върха от максимална степен 5. Да се докаже, че можем да оцветим върховете на графа в 3 цвята, така че броят на едноцветните ребра да не превишава  $n/2$ .