Ден 4

Задача 1. На петдесетата клетка на таблица 1×100 е сложен пул. Играят двама. Всеки може на своя ход да придвижи пула една или две клетки на някоя страна. Забранено е да се слага пулът в клетка, в която вече е бил. Който не може да играе губи. Кой печели при правилна игра?

Задача 2. В шахматна дъска 8×8 тайно е избран правоъгълник 1×4 (или 4×1). На един ход имаме право да питаме дали определена клетка е от избрания правоъгълник. С колко най-малко хода можем да определим точно къде е правоъгълника?

Задача 3. По колко начина може 1 000 000 да се представи като произведение на три множителя, ако редът на различните множители има значение?

Задача 4. Дадена е таблица $1 \times N$. Двама играят следната игра. На своя ход първият слага кръстче, а вторият кръгче. Не се разрешава да се слагат кръстове или кръгове в 2 съседни полета (но може да се поставя кръстче до кръгче и обратното). Който не може да играе, губи. Кой печели при правилна игра?

Задача 5. В квадратчетата на дъска 8×8 са поставени топове (по един във всяко поле). Казваме, че един топ е *весел*, ако заплашва 1 или 3 от останалите. На един ход можем да свалим някой весел топ от дъската. Колко най-много хода могат да се направят? (Два топа се застрашават един друг, ако са в един и същ ред или стълб, в който няма други топове между тях.)

Задача 6. Даден е изпъкнал $100-$ъгълник, в който никои три от диагоналите не се пресичат в обща точка. Докажете, че могат да се изберат 50 вътрешни точки така, че всеки връх да лежи на права, определена от някои две измежду избраните точки.