

Упражнения по Комбинаторна Геометрия около теоремата на Борсук-Улам

Упражнение 1. Докажете теоремата за филията и кашкавала в равнината, когато някои от тях са съставени от повече от една част. Как се променя доказателството от лекцията?

Упражнение 2. Докажете, че можем да разделим филия с кашкавал и шунка в пространството чрез една равнина така, че в двете полуравнини спрямо дадената равнина да остане равно количество хляб, шунка и кашкавал.

Упражнение 3. След поредното плякосване двама пирати искат да разделят огърлица, съставена от четен брой рубини, четен брой диаманти и четен брой сапфири така, че двамата да имат един и същи брой рубини, диаманти и сапфири. Всички скъпоценни камъни са фиксирани по огърлицата и не могат да се плъзгат по нея. Могат ли пиратите да срежат огърлицата на точно две места?