

Упражнения по Инварианти - втора част

Упражнение 1. Естествено число е написано на дъската. На всеки ход, ако на дъската стои числото x , изтриваме x и записваме или $2x + 1$, или $\frac{x}{x+2}$. Да се докаже, че ако на дъската стои числото 2020, то още не е бил извършен нито един ход.

Упражнение 2. Възможно ли е шахматен кон да обходи дъска $4 \times N$, стъпвайки във всяко поле точно по веднъж, като на последния ход конят се върне в полето, от което е тръгнал?

Упражнение 3. Във всяка от клетките на квадрат 2021×2021 е написано 1 или -1 . Изчислени са произведенията на числата във всички редове, означени с $L_1, L_2, \dots, L_{2021}$, и произведенията на числата във всички стълбове, означени с $R_1, R_2, \dots, R_{2021}$. Възможно ли е

$$L_1 + L_2 + \dots + L_{2021} + R_1 + R_2 + \dots + R_{2021} = 0?$$