

Упражнения по Комбинаторна Геометрия - лема на Шпернер, общи задачи.

Упражнение 1.[Лема на Шпернер] Триангулация на дадена фигура в равнината е разделяне на триъгълници чрез добавяне на точки и отсечки. Даден е триъгълник ABC , в който A е синя, B е червена, C е зелена. Триъгълникът е триангулиран и новите точки, добавени при триангулацията, са оцветени в синьо, червено и зелено така, че

- всички точки върху страната AB са сини или червени;
- всички точки върху страната BC са червени или зелени;
- всички точки върху страната CA са зелени или сини.

Да се докаже, че триангулацията съдържа нечетен брой триъгълници. Можете ли да обобщите задачата в пространството?

Упражнение 2. Намерете възможните конфигурации, за които в последната задача от лекцията има равенство.

Упражнение 3. Дадени са няколко еднакви квадрата в равнината със страни, успоредни на координатните оси. Нека k е естествено число. Известно е, че сред произволни $k + 1$ квадрата има два с непразно сечение. Да се докаже, че има $2k - 1$ точки в равнината, за които всеки от дадените квадрати съдържа поне една от тях във вътрешността или по контура си.