

Броење по два начина и комбинаторни тџждества - Упражнения

1 Упражнения

Отговорите на 1.1 и 1.2 е на втора страница. Неопходимо е да сте решили задача 1.1 преди да преминете към задача 1.3.

Упражнение 1.1. Дадена е редица от n бели точки. Искаме да оцветим k от тях в зелено и m от тях в червено. По колко начина може да направим това?

Упражнение 1.2. Нека m и k са неотрицателни цели числа, таква, че $m + k \leq n$. Какъв е коефициентът пред едночлена $a^m b^k c^{n-m-k}$, кога то разкрием скобите на $(a + b + c)^n$ и представим многочлена в нормален вид?

Упражнение 1.3. Нека a, b, c са неотрицателни числа. Докажете, че

$$\sum_{a+b+c=n} \binom{n}{a, b, c} = 3^n,$$

където мултиномният коефициент $\binom{n}{a, b, c}$ е дефиниран в решението на задача 1.1.

За тези, които не са свикнали със знака за сума - дясната страна просто означава, че събираме изразите $\binom{n}{a, b, c}$ за всички възможни наредени тройки неотрицателни числа (a, b, c) , за които $a + b + c = n$.

2 Задачи за ентузиаста

Някои (сравнително сложни) дополнителни задачи могат да се открият (на английски) на следните места:

Оттук взех по-голямата част от задачите за лекцията:

https://www.math.ust.hk/excalibur/v13_n4.pdf

Това са записки от лекция за подготовка на канадския отбор за MOM:

https://321da88a-a-62cb3a1a-s-sites.googlegroups.com/site/imocanada/2010-summer-camp/2010%20Summer%20Camp%20-%20Victoria%20Krakovna%20-%20Double%20Counting.pdf?attachauth=ANoY7co45mosUyRuEY-FuRc2L4wYZx76peo6mYKEccjI5dUJ9FRiGEYcokKQFY1GK1wT-BaInMyzLdHC6o2h2CFjr4RcwidcEufE2iMPYum3UL2NL_YUrqya2Tn5PLGuEgZ9Zoul05kT15eudASkloS65a5FtdhZZk1_HT-rzjfsMNSv6aelrf9QgDhxu8JH2Mx7mLXD5Cx5mMODHncGc%3D&attredirects=0

3-та задача от

https://artofproblemsolving.com/community/c210866_2016_international_zhautykov_olympiad

3 Отговори и упътвания

Отговор 1.1.

$$\binom{n}{m} \binom{n-m}{k} = \frac{n!}{m!k!(n-m-k)!}$$

Изразът от лявата страна се нарича мултиномен коефициент и обикновено се бележи с

$$\binom{n}{m, k, n-m-k}$$

Отговор 1.2. Отново

$$\binom{n}{m, k, n-m-k}$$

Упътване 1.3 Броим по два начина оцветяваната на редица от n точки в 3 различни цвята.